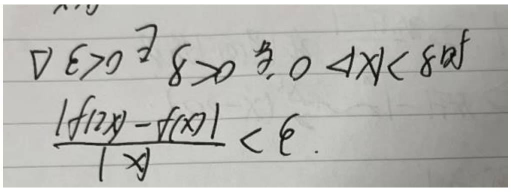
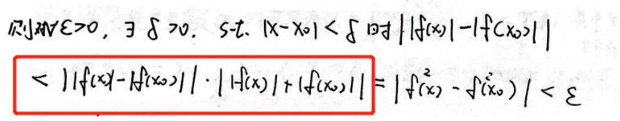
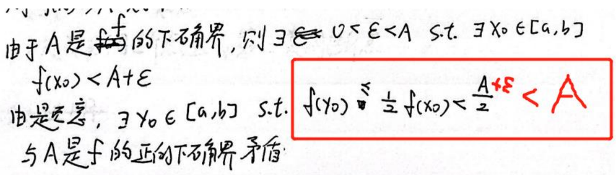
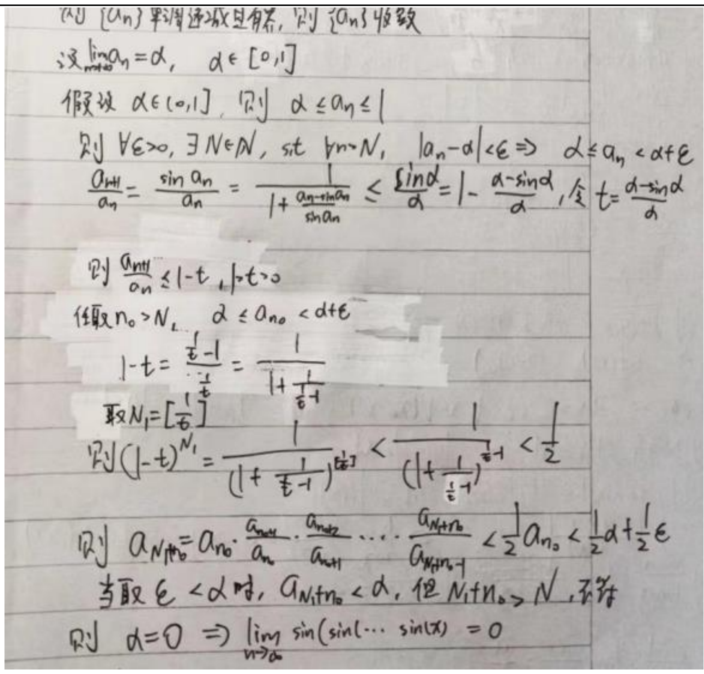
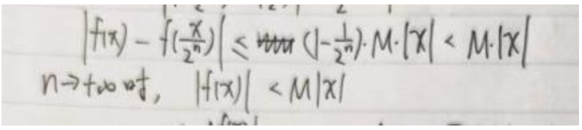
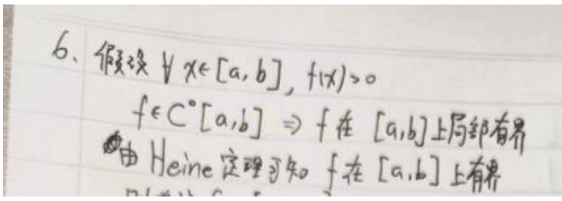
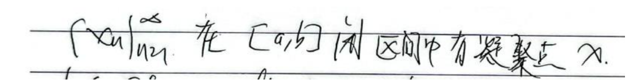
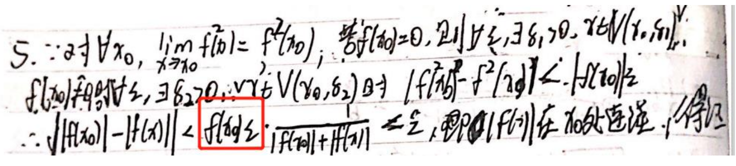
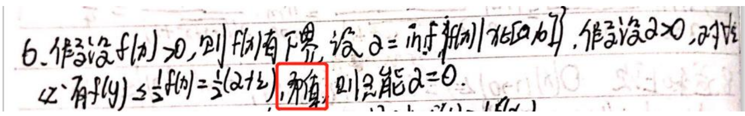
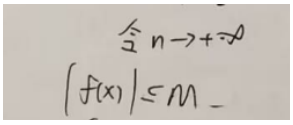
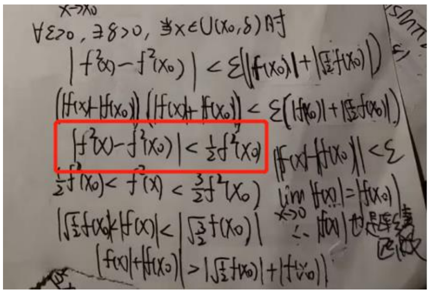
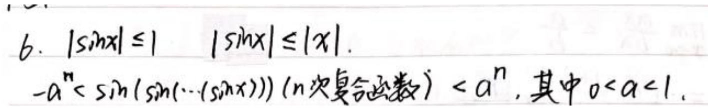
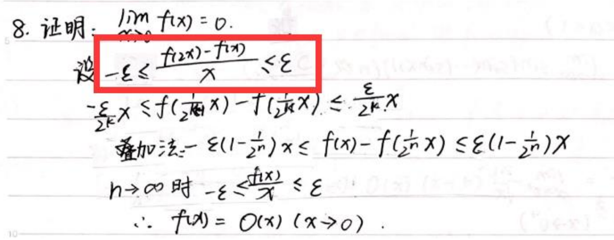
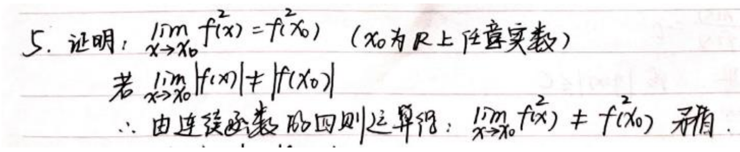
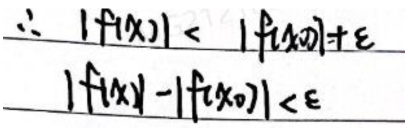
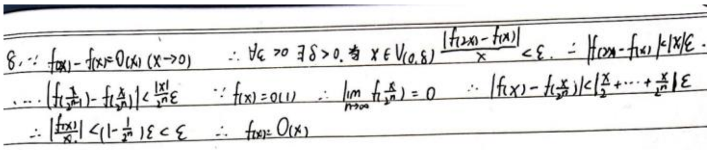
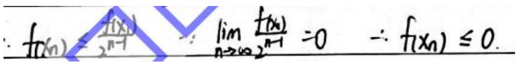
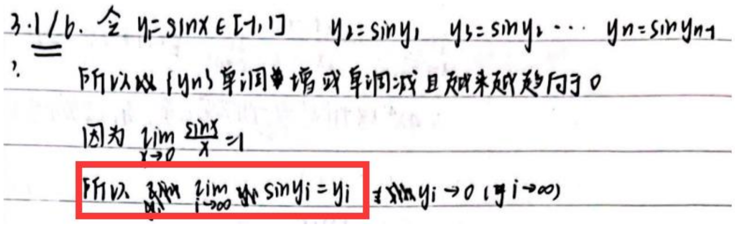
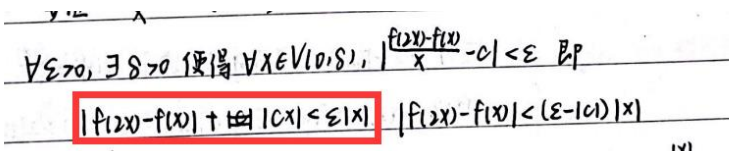
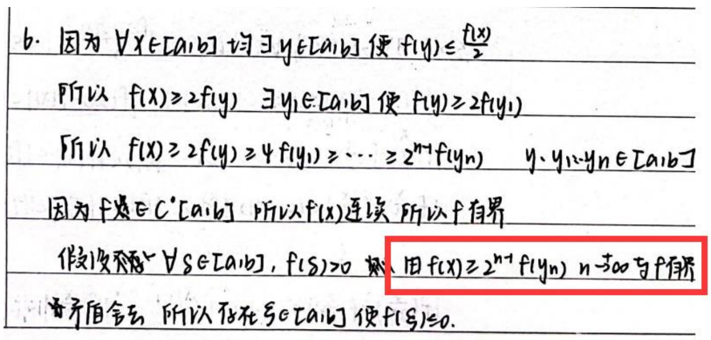
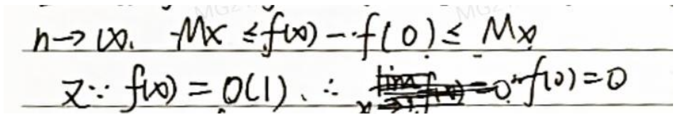
学号的后三位	情况反馈
001	
001	3.3/8(1)错误，只在 0 处连续
004	
004	优秀
004	优秀
005	3.2/8 题：记错 o 和 0 定义  3.2 节写得太简略了，你不能只是写答案。漏交 3.3 节的题。
007	优秀
009	3.2/2 题：没有阶数？？ 3.3/5 题：这个不等式放缩过得去吗  3.3/6 题：小细节 
010	3.1/6 题：写得太过于复杂，直接用 $\vert\sin x\vert < \vert x\vert$ 即可

<table>
<tr><td></td><td>
则 $\{a_n\}$ 单调递减且有界，则 $\{a_n\}$ 收敛
设 $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\alpha\in[0,1]$
假设 $\alpha\in(0,1]$，则 $\alpha\le a_n\le 1$
则 $\forall\varepsilon>0, \exists N\in\mathbb{N}$, s.t. $\forall n>N$, $|a_n-\alpha|<\varepsilon \Rightarrow \alpha\le a_n<\alpha+\varepsilon$
$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sin a_n}{a_n}=\frac{1}{1+\frac{a_n-\sin a_n}{\sin a_n}}\le\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1-\frac{\alpha-\sin\alpha}{\alpha}$，令 $t=\frac{\alpha-\sin\alpha}{\alpha}$
则 $\frac{a_{n+1}}{a_n}\le 1-t$, $1>t>0$
任取 $n_0>N$, $\alpha\le a_{n_0}<\alpha+\varepsilon$
$1-t=\frac{\frac{1}{t}-1}{\frac{1}{t}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{1}{t}-1}}$
取 $N_1=[\frac{1}{t}]$
则 $(1-t)^{N_1}=\frac{1}{(1+\frac{1}{\frac{1}{t}-1})^{[\frac{1}{t}]}}<\frac{1}{(1+\frac{1}{\frac{1}{t}-1})^{\frac{1}{t}-1}}<\frac{1}{2}$
则 $a_{N_1+n_0}=a_{n_0}\cdot\frac{a_{n_0+1}}{a_{n_0}}\cdot\frac{a_{n_0+2}}{a_{n_0+1}}\cdots\frac{a_{N_1+n_0}}{a_{N_1+n_0-1}}<\frac{1}{2}a_{n_0}<\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\varepsilon$
当取 $\varepsilon<\alpha$ 时，$a_{N_1+n_0}<\alpha$，但 $N_1+n_0>N$，矛盾
则 $\alpha=0\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots\sin(x)))=0$
3.2/5(5)题：算错
3.2/8 题：注意保序性。

$|f(x)-f(\frac{x}{2^n})|\le(1-\frac{1}{2^n})\cdot M\cdot|x|<M\cdot|x|$
$n\to+\infty$ 时，$|f(x)|<M|x|$
3.3/6 题：为什么从局部有界用 Heine 定理就能推出有界？

6. 假设 $\forall x\in[a,b]$, $f(x)>0$
$f\in C^0[a,b]\Rightarrow f$ 在 $[a,b]$ 上局部有界
由 Heine 定理可知 f 在 $[a,b]$ 上有界
3.3/8(1)、9(2)题：复习间断点的定义
3.3/12 题：太过简略。</td></tr>
<tr><td>020</td><td>3.3/6 题：为什么

$\{x_n\}_{n\ge1}^{\infty}$ 在 $[a,b]$ 闭区间中有凝聚点 x.</td></tr>
<tr><td>021</td><td>优秀</td></tr>
<tr><td>025</td><td>3.3/5 题：不要丢了绝对值

5. ∵对 $\forall x_0$, $\lim_{x\to x_0}f^2(x)=f^2(x_0)$；若 $f(x_0)=0$，则 $\forall\varepsilon,\exists\delta_1>0,\forall x\in V(x_0,\delta_1)$
$f(x_0)\ne0$ 时 $\forall\varepsilon,\exists\delta_2>0,\forall x\in V(x_0,\delta_2)$ 时 $|f^2(x)-f^2(x_0)|<|f(x_0)|\varepsilon$
∴ $||f(x_0)|-|f(x)||<\frac{\boxed{f(x_0)\varepsilon}}{|f(x_0)|+|f(x)|}\le\varepsilon$，即 $|f(x)|$ 在 x_0 处连续，得证
3.3/6 题：跟什么东西矛盾

6. 假设 $f(x)>0$，则 $f(x)$ 有下界，设 $\alpha=\inf\{f(x)\mid x\in[a,b]\}$，假设 $\alpha>0$，
∴有 $f(y)\le\frac{1}{2}f(x)=\frac{1}{2}(\alpha+\varepsilon)$，$\boxed{矛盾}$，则只能 $\alpha=0$.</td></tr>
<tr><td>026</td><td>强烈建议你重视一下解题步骤的严谨性和逻辑！
3.2/8 题：</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>
令 $n\to+\infty$
$|f(x)|\le M$
3.3/5 题：叙述过于混乱

$\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0$，当 $x\in U(x_0,\delta)$ 时
$|f^2(x)-f^2(x_0)|<\varepsilon(|f(x_0)|+|\sqrt{\frac{1}{2}}f(x_0)|)$
$(|f(x)|-|f(x_0)|)(|f(x)|+|f(x_0)|)<\varepsilon(|f(x_0)|+|\sqrt{\frac{1}{2}}f(x_0)|)$
$\boxed{|f^2(x)-f^2(x_0)|<\frac{1}{2}f^2(x_0)}$　$||f(x)|-|f(x_0)||<\varepsilon$
$\frac{1}{2}f^2(x_0)<f^2(x)<\frac{3}{2}f^2(x_0)$　$\lim_{x\to x_0}|f(x)|=|f(x_0)|$
$|\sqrt{\frac{1}{2}}f(x_0)|<|f(x)|<|\sqrt{\frac{3}{2}}f(x_0)|$　∴ $|f(x)|$ 也是连续函数
$|f(x)|+|f(x_0)|>|\sqrt{\frac{1}{2}}f(x_0)|+|f(x_0)|$
3.3/6 题：叙述过于混乱，不要罗列公式，哪些是条件哪些是结论请标明。</td></tr>
<tr><td>029</td><td></td></tr>
<tr><td>031</td><td>3.1/6 题：第二行错误。

6. $|\sin x|\le 1$　$|\sin x|\le|x|$.
$-a^n<\sin(\sin(\cdots(\sin x)))$ (n次复合函数) $<a^n$，其中 $0<a<1$.
3.2/1(3)题：错误
3.2/2(3)题：错误
3.2/8 题：记错 o 和 O 记号定义了，亦或者你没写清楚

8. 证明：$\lim_{x\to 0}f(x)=0$.
设 $\boxed{-\varepsilon\le\frac{f(2x)-f(x)}{x}\le\varepsilon}$
$-\frac{\varepsilon}{2^k}x\le f(\frac{1}{2^{k-1}}x)-f(\frac{1}{2^k}x)\le\frac{\varepsilon}{2^k}x$
叠加法：$-\varepsilon(1-\frac{1}{2^n})x\le f(x)-f(\frac{1}{2^n}x)\le\varepsilon(1-\frac{1}{2^n})x$
$n\to\infty$ 时 $-\varepsilon\le\frac{f(x)}{x}\le\varepsilon$
∴ $f(x)=O(x)\ (x\to 0)$.
3.3/5 题：\|f(x)\|连续是你要证的，还不知道\|f(x)\|是不是连续呢，你不能用结论来推结论

5. 证明：$\lim_{x\to x_0}f^2(x)=f^2(x_0)$ （x_0为R上任意实数）
若 $\lim_{x\to x_0}|f(x)|\ne|f(x_0)|$
∴ 由连续函数的四则运算得：$\lim_{x\to x_0}f^2(x)\ne f^2(x_0)$ 矛盾.</td></tr>
<tr><td>034</td><td>3.2/3(3)题：错误
3.3/5 题：这个推不出连续，你还要证它大于- ε

∴ $|f(x)|<|f(x_0)|+\varepsilon$
$|f(x)|-|f(x_0)|<\varepsilon$</td></tr>
<tr><td>035</td><td>3.2/3(5)题：错误
3.2/8 题：保序性是把小于号变成小于等于号，注意细节。</td></tr>
<tr><td>038</td><td>3.3/9(2)题：无理数？</td></tr>
</table>

039	3.2/8 题：记错 o 和 O 定义  3.3/5 题：你是用反证法吗？为什么这里能推出来 
040	3.1/6 题：此处写得不规范  3.2/8 题：此处不等式放缩错误  3.3/6 题：不等号右边极限为什么趋于无穷？万一如果 f(y_n)=1/2^{n-1} 怎么办  3.3/8,9 题：间断点定义再回顾一下
045	3.2/8 题：不规范的写法。复习极限的定义是定义在空心开邻域的！ 
046	3.2/8 题：极限保序性是把小于号变成小于等于号。另外记错了 o 和 O 的定义 3.1/6 题漏了 3.3/6 题：区分下界和下确界。

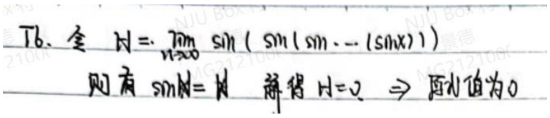
<table>
<tr><td></td><td>6 证：由于 $f\in C^0[a,b]$. 故 f 在 $[a,b]$ 上有界.
设其下界为 m.
则由定义, $\forall\varepsilon>0$, $\exists x_0\in[a,b]$. $f(x_0)<m+\varepsilon$.</td></tr>
<tr><td>051</td><td>3.2/8 题：极限保序性是把小于号变成小于等于号。
$\Rightarrow -M(1-\frac{1}{2^n})x<f(x)-f(\frac{x}{2^n})<M(1-\frac{1}{2^n})x$.
$\lim_{n\to\infty}(1-\frac{1}{2^n})=1$ 有 $\boxed{-M<\frac{f(x)}{x}<M}$

3.3/5 题：这两个是怎么推出来的？
$|\sqrt{g(x)}-\sqrt{g(x_0)}||\sqrt{g(x)}+\sqrt{g(x_0)}|<|\sqrt{g(x)}-\sqrt{g(x_0)}|\boxed{(\frac{\sqrt{2}}{2}+1)}\sqrt{g(x_0)}|$
(连续函数的保号性 命题3.3.1)
那么取 $\delta_1=\frac{\varepsilon}{(\frac{\sqrt{2}}{2}+1)\sqrt{g(x_0)}}$ 则有 对 $\forall\varepsilon>0$ $|x-x_0|<\delta_1$
$\boxed{|\sqrt{g(x)}-\sqrt{g(x_0)}|<\varepsilon}$ 故 对 $\forall x_0\in I$. ~~g(x)~~ $|f|$ 连续.</td></tr>
<tr><td>052</td><td>3.1/6 题：过于简略，为什么两边极限是 0
3.3/5 题：证明不对，推不出来
即 $||f(x)|-|f(x_0)||<\frac{\varepsilon}{|f(x)|+|f(x_0)|}$
由 f^2 连续, 可知 f^2 局部有界, 故 $|f(x)|$ 也局部有界. 则又由 ε 的任意性 得 $|f(x)|$ 也连续</td></tr>
<tr><td>053</td><td>3.2/2(3)复习阶的定义！
故 $[\ln(1+x)-\ln(1-x)]$ 的阶为 1,
且 $[\ln(1+x)-\ln(1-x)]\sim\frac{2x}{1-x}\ (x\to0^+)$.

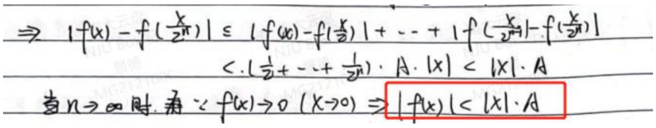
3.2/8 题：保序性写错了，应为小于等于
$|f(\frac{x}{2^n})|-|f(\frac{x}{2^{n+1}})|<\frac{M}{2^{n+1}}|x|$.
累加得 $|f(x)|-|f(\frac{x}{2^n})|<(1-\frac{1}{2^n})M|x|$.
又由 $f(x)=o(1)$ 和归结原理.
$\forall\varepsilon>0$ $\exists N\in\mathbb{N}$ s.t. $\forall n>N$.
$|f(\frac{x}{2^n})|<\varepsilon$
$\boxed{故\ |f(x)|<M|x|}$
当 $n\to+\infty$ $|\frac{f(x)}{x}|<M$. $(x\to0)$.
$f(x)=O(x)\ (x\to0)$.

3.3/5 题，反证法的逆否命题写得不清楚
5. 证明 如果 $|f|$ 不连续.
则 $\exists x_0$ s.t. $\lim_{x\to x_0}|f(x)|\ne|f(x_0)|$.
即 $\exists x_0$ $\exists\varepsilon_0$ $\forall\delta$, s.t. $x\in U(x_0,\delta)$
3.3/8(1)题，在 0 处连续。
3.3/12 题，这不是极限的保序性！</td></tr>
</table>

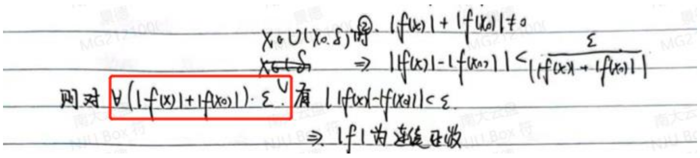
<table>
<tr><td>055</td><td>3.2/5(5)题：算错</td></tr>
<tr><td>056</td><td>
3.1/6 题：需要证明极限存在



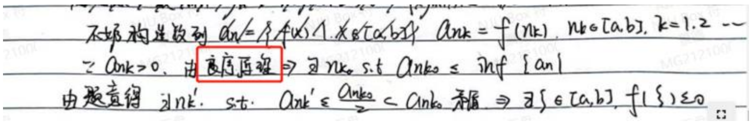
3.2/8 题：保序性记错了，应为小于等于



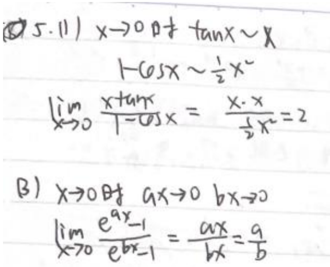
3.3/5 题：x 只能依赖于 epsilon，这里依赖关系过于混乱



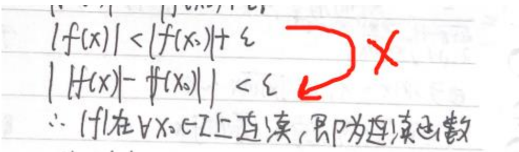
3.3/6 题：良序原理是什么



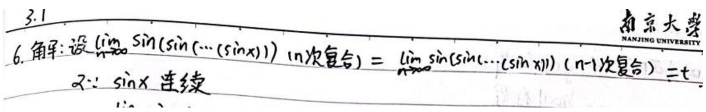
3.3/8、9 题：请写完整过程。
</td></tr>
<tr><td>058</td><td></td></tr>
<tr><td>061</td><td>
3.2/5 题：不规范的记号



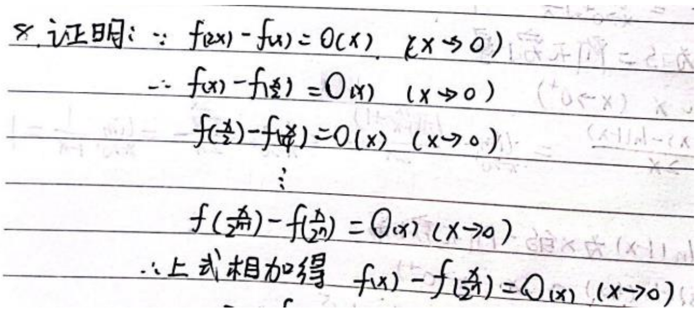
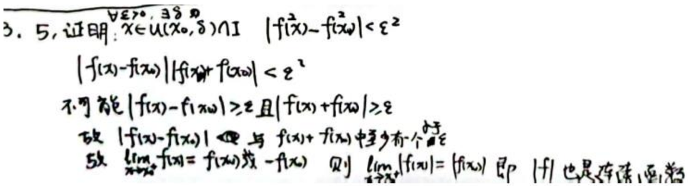
3.3/5 题：推不出来

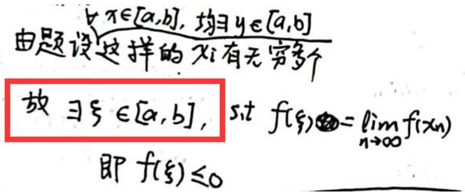
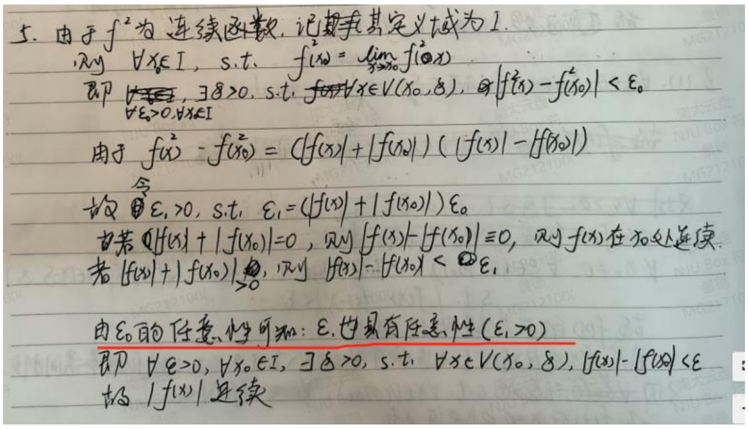


3.3/6 题：a_n 是什么
3.3/8,9 题：复习间断点定义，不要想当然
</td></tr>
<tr><td>063</td><td>3.2/8 题：极限保序性是把小于变成小于等于，注意细节。</td></tr>
<tr><td>065</td><td>
3.1/6 题：要先证明极限存在

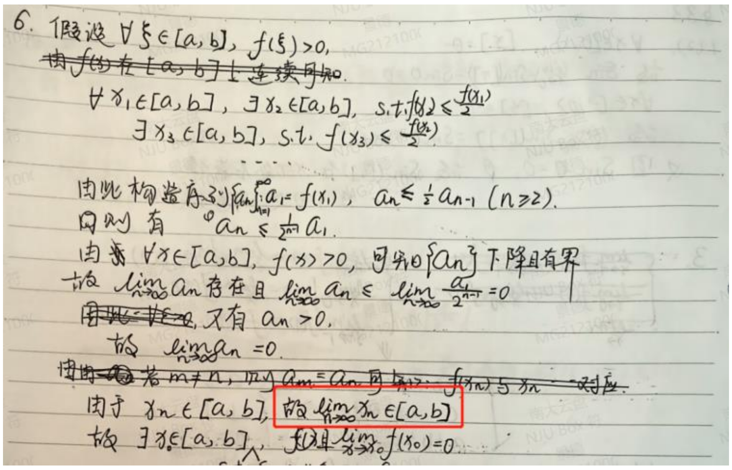


3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 0(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！
</td></tr>
</table>

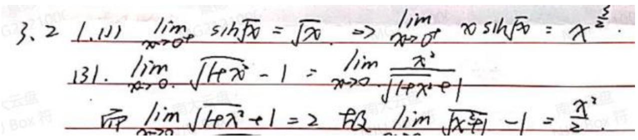
<table>
<tr><td></td><td>
8. 证明：∵ $f(2x)-f(x)=O(x)\ (x\to0)$
∴ $f(x)-f(\frac{x}{2})=O(x)\ (x\to0)$
$f(\frac{x}{2})-f(\frac{x}{4})=O(x)\ (x\to0)$
⋮
$f(\frac{x}{2^{n-1}})-f(\frac{x}{2^{n}})=O(x)\ (x\to0)$
∴上式相加得 $f(x)-f(\frac{x}{2^{n}})=O(x)\ (x\to0)$</td></tr>
<tr><td>074</td><td>3.3/5 题：此处需要写严谨

3.5. 证明：$\forall\varepsilon>0,\exists\delta$, $x\in U(x_0,\delta)\cap I$ $|f^2(x)-f^2(x_0)|<\varepsilon^2$
$|f(x)-f(x_0)||f(x)+f(x_0)|<\varepsilon^2$
不可能 $|f(x)-f(x_0)|\ge\varepsilon$ 且 $|f(x)+f(x_0)|\ge\varepsilon$
故 $|f(x)-f(x_0)|$ 与 $f(x)+f(x_0)$ 中至少有一个小于 ε
故 $\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$ 或 $-f(x_0)$ 则 $\lim_{x\to x_0}|f(x)|=|f(x_0)|$ 即 $|f|$ 也是连续函数

3.3/6 题：这是为什么？

由题设 $\forall x\in[a,b]$, 均 $\exists y\in[a,b]$ 这样的 x_i 有无穷多个
故 $\exists\xi\in[a,b]$, s.t. $f(\xi)=\lim_{n\to\infty}f(x_n)$
即 $f(\xi)\le0$</td></tr>
<tr><td>076</td><td>3.3/5 题：epsilon_1 依赖于 x，而 x 依赖于 epsilon，所以 epsilon_1 不是任意取的。

5. 由于 f^2 为连续函数，记其定义域为 I.
则 $\forall x_0\in I$, s.t. $f^2(x_0)=\lim_{x\to x_0}f^2(x)$
即 $\forall\varepsilon_0>0,\forall x_0\in I$, $\exists\delta>0$, s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$, $|f^2(x)-f^2(x_0)|<\varepsilon_0$
由于 $f^2(x)-f^2(x_0)=(|f(x)|+|f(x_0)|)(|f(x)|-|f(x_0)|)$
故令 $\varepsilon_1>0$, s.t. $\varepsilon_1=(|f(x)|+|f(x_0)|)\varepsilon_0$
①若 $|f(x)|+|f(x_0)|=0$，则 $|f(x)|-|f(x_0)|\equiv0$，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续.
②若 $|f(x)|+|f(x_0)|>0$，则 $||f(x)|-|f(x_0)||<\varepsilon_1$
由 ε_0 的任意性可知：ε_1 也具有任意性 $(\varepsilon_1>0)$
即 $\forall\varepsilon>0,\forall x_0\in I$, $\exists\delta>0$, s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$, $||f(x)|-|f(x_0)||<\varepsilon$
故 $|f(x)|$ 连续

3.3/6 题：x_n 不一定有极限（你可以考虑找个收敛子列，然后用连续性来导出矛盾。）</td></tr>
</table>

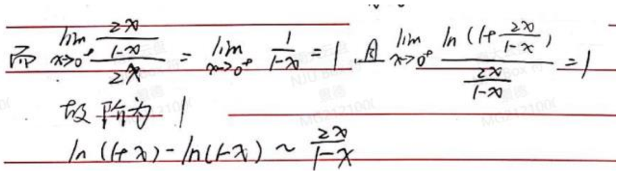
<table>
<tr><td></td><td>

6. 假设 $\forall \xi \in [a,b]$, $f(\xi)>0$,
~~由 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续可知.~~
$\forall x_1 \in [a,b]$, $\exists x_2 \in [a,b]$, s.t. $f(x_2) \leq \frac{f(x_1)}{2}$
$\exists x_3 \in [a,b]$, s.t. $f(x_3) \leq \frac{f(x_2)}{2}$
……
由此构造序列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$: $a_1=f(x_1)$, $a_n \leq \frac{1}{2}a_{n-1}$ $(n\geq 2)$.
则有 $a_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}a_1$.
由于 $\forall x \in [a,b]$, $f(x)>0$, 可知 $\{a_n\}$ 下降且有界
故 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 存在且 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \leq \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_1}{2^{n-1}}=0$
又有 $a_n>0$.
故 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$.
~~若 $m\neq n$, 则 $a_m=a_n$ 可知 $f(x_n)$ 与 x_n 一一对应.~~
由于 $x_n \in [a,b]$, $\boxed{故 \lim\limits_{n\to\infty} x_n \in [a,b]}$
故 $\exists x_0 \in [a,b]$, 且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x_0)=0$</td></tr>
<tr><td>083</td><td></td></tr>
<tr><td>085</td><td>不要罗列公式，请写多点文字说明。
3.1/6 题：x^{1/2^n}趋于 1.
3.2/1(1)(3)题：不规范的写法。



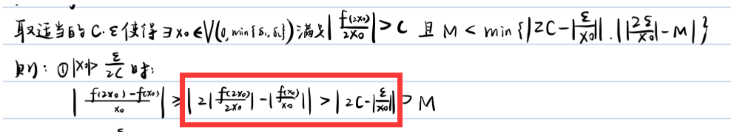
3.2 1.(1) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sin\sqrt{x}=\sqrt{x}$ $\Rightarrow$ $\lim\limits_{x\to 0^+} x\sin\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$.
(3). $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{1+x^2}-1=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}+1}$
而 $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{1+x^2}+1=2$ 故 $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{1+x^2}-1=\frac{x^2}{2}$.

3.2/2(3)复习阶的定义！在求多少阶等价无穷小量的时候不要保留 1/(1-x)



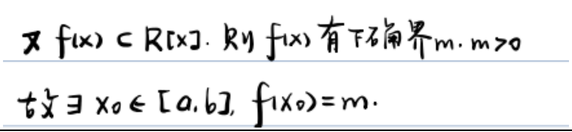
而 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{2x}{1-x}}{2x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{1-x}=1$. 且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\frac{2x}{1-x})}{\frac{2x}{1-x}}=1$
故阶为 1
$\ln(1+x)-\ln(1-x)\sim\frac{2x}{1-x}$

3.2/8 题：第二个等号是为什么？而且写得不规范，而且思路有误。
3.3/5 题：倒数第三行。
3.3/6 题：推不出 f(x_n)≤0，只能推出 lim f(x_n)≤0.
3.3/9(2)题：整数呢？</td></tr>
<tr><td>085</td><td>优秀</td></tr>
<tr><td>085</td><td>3.2/8 题：绝对值不等式放缩错误。



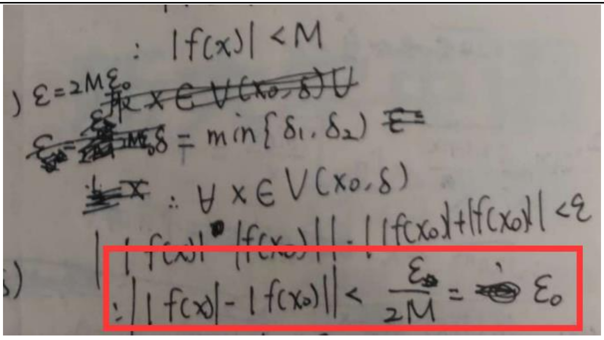
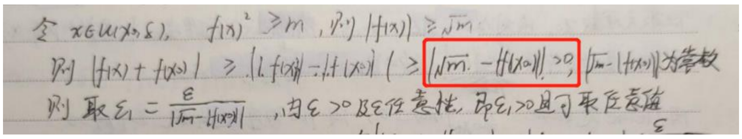
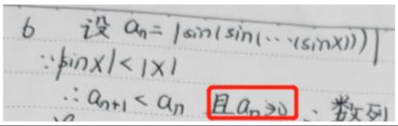
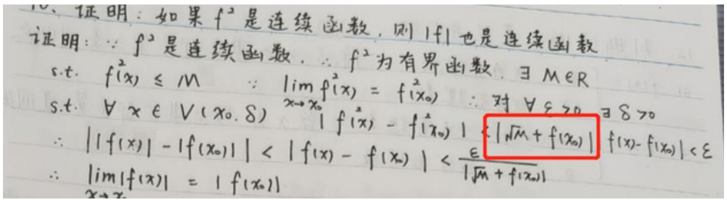
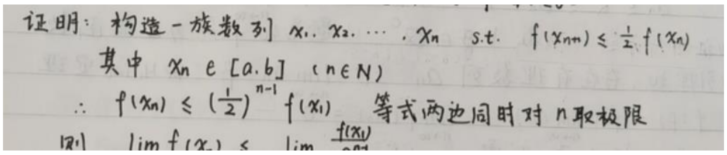
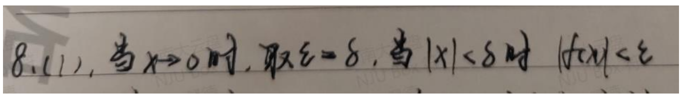
取适当的 C, ε 使得 $\exists x_0 \in V(0,\min\{\delta_1,\delta_2\})$ 满足 $\left|\frac{f(2x_0)}{2x_0}\right|>C$ 且 $M<\min\{|2C-|\frac{\varepsilon}{x_0}||, ||\frac{2\varepsilon}{x_0}|-M|\}$
则: ① $|x|>\frac{\varepsilon}{2C}$ 时:
$\left|\frac{f(2x_0)-f(x_0)}{x_0}\right|\geq\boxed{\left|2\left|\frac{f(2x_0)}{2x_0}\right|-\left|\frac{f(x_0)}{x_0}\right|\right|>\left|2C-\left|\frac{\varepsilon}{x_0}\right|\right|}>M$

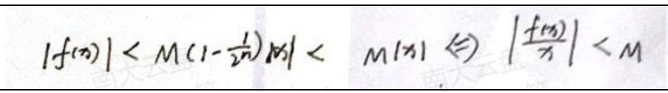
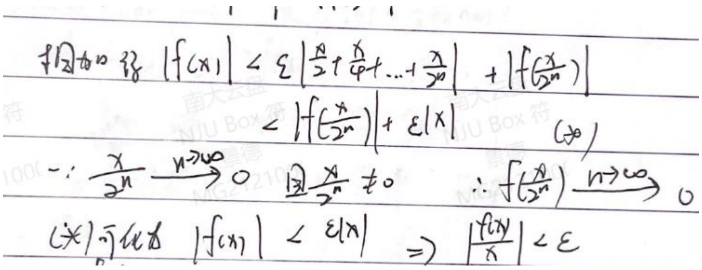
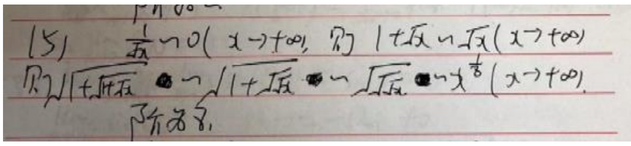
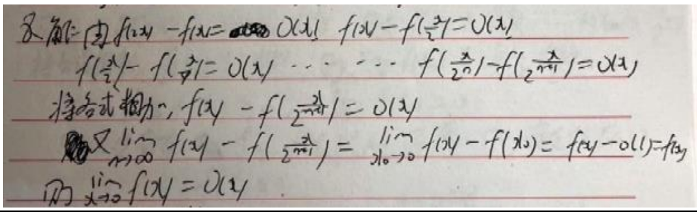
3.3/6 题：这个下确界能取到吗？如果能，为什么？



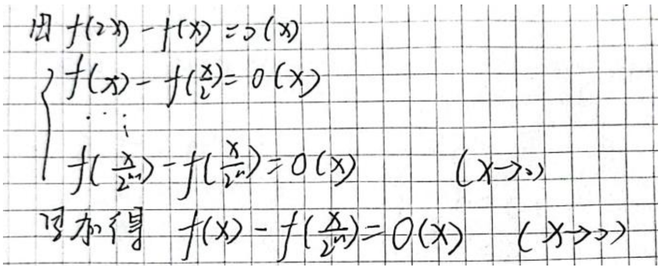
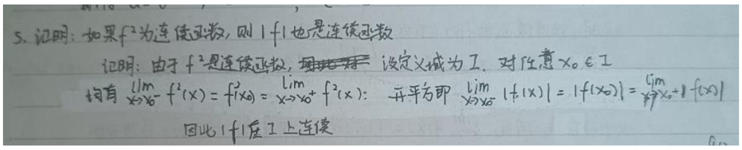
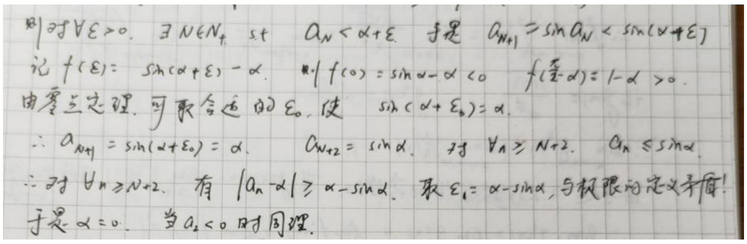
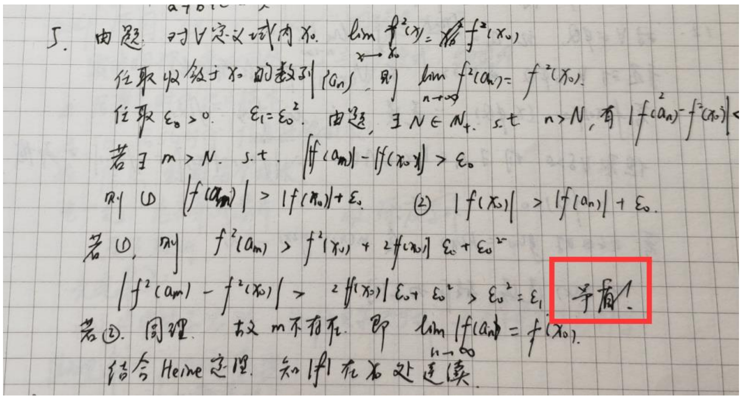
又 $f(x)\subset R[x]$. 则 $f(x)$ 有下确界 m. $m>0$
故 $\exists x_0\in[a,b]$, $f(x_0)=m$.</td></tr>
<tr><td>086</td><td>3.3/5 题：过于简略</td></tr>
</table>

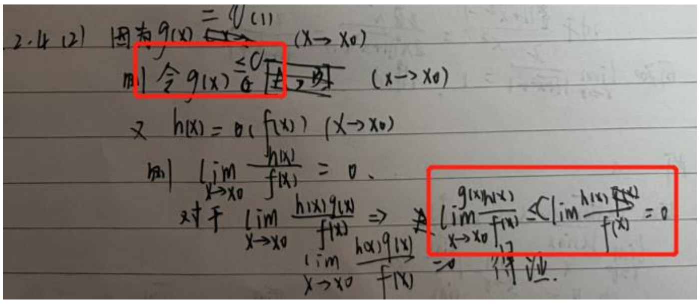
	5. 证明：∵ $f^2(x)$ 连续. 令 $x_0\in A$ A为定义域. ∴ $\lim_{x\to x_0^-} f^2(x) = \lim_{x\to x_0^+} f^2(x)$ ∴ $\lim_{x\to x_0^-} \|f(x)\| = \lim_{x\to x_0^+} \|f(x)\|$ ∴ $\|f(x)\|$ 也连续.
087	3.2/8 题：让 x 趋于 0 时，f(2x)也会趋于 0，这样写是错的 8. 由题 $\lim_{x\to 0} f(x)=0$. 而在 $\mathring{U}(0;\delta)$ 中，有 $\|f(2x)-f(x)\|\le M\|x\|$ 即 $-M\|x\|+f(x)\le f(2x)\le M\|x\|+f(x)$ 当δ足够小时，$f(x)\to 0$ $(x\to 0)$ 故有 $-M\|x\|\le f(2x)\le M\|x\|$
089	3.2/8 题：极限保序性是把小于号变成小于等于。 累式相加得，$\|f(x)\| < \|f(\frac{x}{2^n})\| + C\|x\|(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}) < \|f(\frac{x}{2^n})\| + C\|x\|$ 由 $f(x)=o(1)$, $(x\to 0)$ Heine定理 $\frac{x}{2^n}\to 0\ (n\to\infty)$ 且 $\frac{x}{2^n}\neq 0$ ⇒ $\lim_{n\to\infty}\|f(\frac{x}{2^n})\|=0$ 在不等式两边 $n\to\infty$ 得. $\|f(x)\|<C\|x\|$ 3.3/6 题：你是用了反证法吗？写清楚你用了反证法。 6. 证明：若 $f(x)\le 0$ 则存在 $\xi=x$ s.t. $f(\xi)\le 0$ 下取 x_0. s.t. $f(x_0)>0$ 则 ∃ $y_1\in[a,b]$ s.t. $f(y_1)\le\frac{f(x_0)}{2}$ ∃ $y_2\in[a,b]$ s.t. $f(y_2)\le\frac{f(y_1)}{2}\le\frac{f(x_0)}{4}$ 同理得 $f(y_n)\le\frac{f(x_0)}{2^n}$ 令 $n\to\infty$. 得 $f(y_n)\le 0$ 综上 ∃ $\xi\in[a,b]$. s.t. $f(\xi)\le 0$ □
095	3.1/6 题：这样证极限存在是错误的。你应该用单调有界原理 3.1 6. $\sin(\sin(\cdots(\sin(-1)))) \le \sin(\sin(\cdots(\sin x))) \le \sin(\sin(\cdots(\sin 1)))$ $\lim_{n\to\infty}[\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) - \sin(\cdots(\sin(-1)))]$ (n-1次复合) $=\lim_{n\to\infty} 2\cos\frac{\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) - \sin(\cdots(\sin(-1)))}{2}\cdot\sin\frac{\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) + \sin(\cdots(\sin(-1)))}{2}$ $=0$ ✓ 故 $\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) = \lim_{n\to\infty}\sin(\cdots(\sin(-1))) = -\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1)))$ ✗ 则 $\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) = \lim_{n\to\infty}\sin(\cdots(\sin(-1))) = 0$ 由夹逼定理可知 $\lim\sin(\sin(\cdots(\sin x))) = 0$
096	3.2/8 题：epsilon 和 alpha 是什么？写清楚 8. 因 $f(2x)-f(x) = O(x)$ $(x\to 0)$ 则 $\|f(x)-f(\frac{x}{2})\| < (\varepsilon+\alpha)\|\frac{x}{2}\|$ $\|f(\frac{x}{2})-f(\frac{x}{2^2})\| < (\varepsilon+\alpha)\|\frac{x}{2^2}\|$ ⋯ $\|f(\frac{x}{2^{n-1}})-f(\frac{x}{2^n})\| < (\varepsilon+\alpha)\|\frac{x}{2^n}\|$ 3.3/5 题：步骤太简略 3.3/6 题：没有绝对值 3.1/6 题漏了
102	3.2/8 题：不规范的写法 ∴令 $x\to 0$ $\|f(x)\| \le C\cdot\|x\|$ 3.3/8，9 题：复习间断点定义。
106	3.2/8 题：这一步放缩不过去吧？

	 $\because \vert f(x)\vert < M$ $\varepsilon = 2M\varepsilon_0$ ~~取 $x\in V(x_0,\delta)\cup$~~ $\delta = \min\{\delta_1,\delta_2\}$ $\therefore \forall x\in V(x_0,\delta)$ $\vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert \cdot \vert\,\vert f(x_0)\vert + \vert f(x_0)\vert\,\vert < \varepsilon$ $\boxed{\therefore \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert < \frac{\varepsilon_0}{2M} = \varepsilon_0}$
108	3.2/2(3)题：在求多少阶等价无穷小量的时候不要保留 1/(1-x) 3.3/5 题：这个大于 0 如何保证？x0 是最小值点呢？  令 $x\in U(x_0,\delta)$，$f(x)^2 \geq m$，则 $\vert f(x)\vert \geq \sqrt{m}$ 则 $\vert f(x)+f(x_0)\vert \geq \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert \geq \boxed{\vert\sqrt{m}-\vert f(x_0)\vert\vert > 0}$ $\vert\sqrt{m}-\vert f(x_0)\vert\vert$ 为常数 则取 $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{\vert\sqrt{m}-\vert f(x_0)\vert\vert}$，由 $\varepsilon>0$ 及 ε 任意性，即 $\varepsilon_1>0$ 且可取任意值 3.3/8(1)题、9(2)题：错误
109	
119	3.1/6 题  6 设 $a_n = \vert\sin(\sin(\cdots(\sin x)))\vert$ $\because \vert\sin x\vert < \vert x\vert$ $\therefore a_{n+1} < a_n$ $\boxed{且 a_n \geq 0}$，数列
127	第 7 题：不能取 n 趋于无穷，不在定义域内。 第 10 题：注意绝对值  10. 证明：如果 f^2 是连续函数，则 $\vert f\vert$ 也是连续函数 证明：$\because f^2$ 是连续函数，$\therefore f^2$ 为有界函数，$\exists M\in R$ s.t. $f^2(x) \leq M$ $\because \lim_{x\to x_0} f^2(x) = f^2(x_0)$ $\therefore$ 对 $\forall\varepsilon>0$ $\exists\delta>0$ s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$ $\vert f^2(x) - f^2(x_0)\vert < \boxed{\vert\sqrt{M}+f(x_0)\vert}\,\vert f(x)-f(x_0)\vert < \varepsilon$ $\therefore \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert < \vert f(x)-f(x_0)\vert < \frac{\varepsilon}{\vert\sqrt{M}+f(x_0)\vert}$ $\therefore \lim_{x\to x_0}\vert f(x)\vert = \vert f(x_0)\vert$ 第 11 题：极限不一定存在  证明：构造一族数列 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ s.t. $f(x_{n+1}) \leq \frac{1}{2}f(x_n)$ 其中 $x_n \in [a,b]$ $(n\in N)$ $\therefore f(x_n) \leq (\frac{1}{2})^{n-1} f(x_1)$ 等式两边同时对 n 取极限 则 $\lim f(x_n) \leq \lim \frac{f(x_1)}{2^{n-1}}$
129	3.2/8 题：极限保序性把小于号变成小于等于 其他题的过程太过简略，不能只是写个答案
129	3.1/6 题：不要用后面的知识 3.3/5 题：不要丢了绝对值 3.3/8(1)题：不规范的表述  8.(1). 当 $x\to 0$ 时. 取 $\varepsilon=\delta$. 当 $\vert x\vert<\delta$ 时 $\vert f(x)\vert<\varepsilon$
130	3.2/8 题：极限保号性是把小于号变成小于等于

	 $\lvert f(x)\rvert < M(1-\frac{1}{2^n})\lvert x\rvert < M\lvert x\rvert \Leftrightarrow \lvert\frac{f(x)}{x}\rvert < M$
131	优秀
135	优秀
137	3.2/8 题：极限保序性把小于号变成小于等于号。另外记错了 o 和 O 记号的定义了。  相加得 $\lvert f(x)\rvert < \varepsilon\lvert\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\dots+\frac{x}{2^n}\rvert + \lvert f(\frac{x}{2^n})\rvert$ $< \lvert f(\frac{x}{2^n})\rvert + \varepsilon\lvert x\rvert$ (*) $\because \frac{x}{2^n}\xrightarrow{n\to\infty}0$ 且 $\frac{x}{2^n}\neq 0$ $\therefore f(\frac{x}{2^n})\xrightarrow{n\to\infty}0$ (*)可化为 $\lvert f(x)\rvert < \varepsilon\lvert x\rvert \Rightarrow \lvert\frac{f(x)}{x}\rvert<\varepsilon$ 3.3/8,9 题：写清楚步骤。
144	3.1/6 题：|sin x|<=|x|可直接用，不用证明。
146	优秀
152	3.1/6 题空了 3.2/5(3)(5)：用极限的四则运算性质来计算。 3.3/3 题：算错了 3.3/8,9 题：把步骤写完整，并复习间断点定义 3.3/12 题空了，
159	优秀
168	3.2/3(5)题错误。  (5) $\frac{1}{\sqrt{x}}\sim 0\ (x\to+\infty)$，则 $1+\sqrt{x}\sim\sqrt{x}\ (x\to+\infty)$ 则 $\sqrt{1+\sqrt{x}} \sim \sqrt{1+\sqrt{x}} \sim \sqrt{\sqrt{x}} \sim x^{\frac{1}{4}}\ (x\to+\infty)$ 阶为$\frac{1}{4}$. 3.2/5(5)题算错。 3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 O(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！  另解：由 $f(x)-f(\frac{x}{2})=o(x)$ $f(\frac{x}{2})-f(\frac{x}{2^2})=o(x)$ $f(\frac{x}{2^2})-f(\frac{x}{2^3})=o(x)$ …… $f(\frac{x}{2^n})-f(\frac{x}{2^{n+1}})=o(x)$ 将各式相加，$f(x)-f(\frac{x}{2^{n+1}})=o(x)$ 又 $\lim_{n\to\infty} f(x)-f(\frac{x}{2^{n+1}}) = \lim_{x_0\to 0} f(x)-f(x_0) = f(x)-o(1)=f(x)$ 即 $f(x)=o(x)$
171	优秀
174	3.3/6 题：这为什么趋于 0?

	6. 证明：假设 $f(x)>0$ 在 $x\in[a,b]$ 恒成立. 由 $\forall x\in[a,b]$, $\exists y\in[a,b]$, s.t. $f(y)\le \frac{f(x)}{2}$ 知 $\exists x_1,\cdots,x_n\in[a,b]$, s.t. $f(x_2)\le\frac{f(x_1)}{2}$ $f(x_3)\le\frac{f(x_2)}{2}$ $\cdots$ $f(x_n)\le\frac{f(x_{n-1})}{2}$ $\Rightarrow f(x_n)\le\frac{f(x_1)\cdot f(x_2)\cdots f(x_{n-1})}{2^{n-1}}$ 由 $f(x_n)$ 有界且单调递减知 $f(x_n)$ 有极限. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(x_n)\le \boxed{\lim_{n\to\infty}\frac{f(x_1)\cdots f(x_{n-1})}{2^{n-1}}=0}$. 8、9 题没提交
176	优秀
177	3.1/6 题：错误，先证明极限存在。 3.2/5(5)题：错误
185	
193	3.3/5 题：注意绝对值 由 $\lvert f^2(x)-f^2(x_0)\rvert=\lvert f(x)-f(x_0)\rvert\,\lvert f(x)+f(x_0)\rvert<\varepsilon$ 则 $\lvert f(x)-f(x_0)\rvert<\frac{\varepsilon}{\lvert\sqrt{M}+f(x_0)\rvert}$ 当 $x\in V(x_0,\delta)$ 时 3.3/6 题：{y_n}极限不一定存在 又对 y_{n-1}，有 $y_n\in[a,b]$ s.t. $f(y_n)\le\frac{f(y_{n-1})}{2}\le\frac{f(x_0)}{2^{n+1}}$ 将 $n\to\infty$，即 $f(y_n)\le 0$. 令 $\xi=y_n$ 即 $f(\xi)\le 0$
204	
210	3.1/6 题：能推出收敛，但推收敛于 0 跳步 3.2/4(2)题：不等式错误. f(x)可能是负，建议加绝对值 3.2/5(5)题：计算错误 3.3/1(2)题：取整记号计算错误 3.3/5 题：请用 epsilon-delta 语言证明 3.3/9(2)题：理由不充分
214	优秀
218	3.2/8 题：不规范的写法 $\therefore$ 当 $n\to\infty$ 时, $\frac{x}{2^n}\to 0$, $\boxed{\text{即 } f(\frac{x}{2^n})=0}$ 并且此处应为小于等于（极限保序性） $\because \lvert f(x)\rvert< C\lvert x\rvert$
225	优秀
230	3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 O(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！

	 因 $f(2x)-f(x)=o(x)$ $f(x)-f(\frac{x}{2})=o(x)$ ⋮ $f(\frac{x}{2^{n-1}})-f(\frac{x}{2^{n}})=o(x)$ $(x\to 0)$ 累加得 $f(x)-f(\frac{x}{2^{n}})=o(x)$ $(x\to 0)$
251	没按要求提交完整的作业
254	优秀
260	3.3/5 题：说清楚为什么可以开平方  5. 证明：如果f^2为连续函数，则$\|f\|$也是连续函数 证明：由于f^2是连续函数，设定义域为I，对任意$x_0\in I$ 均有 $\lim_{x\to x_0^-} f^2(x)=f^2(x_0)=\lim_{x\to x_0^+} f^2(x)$；开平方即 $\lim_{x\to x_0^-}\|f(x)\|=\|f(x_0)\|=\lim_{x\to x_0^+}\|f(x)\|$ 因此$\|f\|$在I上连续
275	优秀
276	3.1/6 题：过程过于混乱，事实上可以直接用|sin x|<=|x|就能推出α=0.  则对$\forall\varepsilon>0$，$\exists N\in N_+$ s.t. $a_N<\alpha+\varepsilon$ 于是 $a_{N+1}=\sin a_N<\sin(\alpha+\varepsilon)$ 记 $f(\varepsilon)=\sin(\alpha+\varepsilon)-\alpha$，则 $f(0)=\sin\alpha-\alpha<0$，$f(\frac{\pi}{2}-\alpha)=1-\alpha>0$. 由零点定理，可取合适的$\varepsilon_0$使 $\sin(\alpha+\varepsilon_0)=\alpha$. ∴ $a_{N+1}=\sin(\alpha+\varepsilon_0)=\alpha$，$a_{N+2}=\sin\alpha$，对 $\forall n\ge N+2$，$a_n\le\sin\alpha$ ∴对 $\forall n\ge N+2$，有 $\|a_n-\alpha\|\ge\alpha-\sin\alpha$，取 $\varepsilon_1=\alpha-\sin\alpha$，与极限的定义矛盾！ 于是 $\alpha=0$，当 $a_1<0$ 时同理。 3.3/5 题：我猜你想说这里会导致跟 f^2 连续矛盾，但是这里推不出矛盾（你得照着不连续的定义验证，但这里并没有正确地验证不连续的定义）  5. 由题，对∀定义域内x_0，$\lim_{x\to x_0}f^2(x)=f^2(x_0)$ 任取收敛于x_0的数列$\{a_n\}$，则 $\lim_{n\to\infty}f^2(a_n)=f^2(x_0)$ 任取$\varepsilon_0>0$，$\varepsilon_1=\varepsilon_0^2$，由题，$\exists N\in N_+$ s.t. $n>N$，有 $\|f^2(a_n)-f^2(x_0)\|<$ 若∃ $m>N$ s.t. $\|\|f(a_m)\|-\|f(x_0)\|\|>\varepsilon_0$ 则 ① $\|f(a_m)\|>\|f(x_0)\|+\varepsilon_0$ ② $\|f(x_0)\|>\|f(a_m)\|+\varepsilon_0$ 若①，则 $f^2(a_m)>f^2(x_0)+2\|f(x_0)\|\varepsilon_0+\varepsilon_0^2$ $\|f^2(a_m)-f^2(x_0)\|>2\|f(x_0)\|\varepsilon_0+\varepsilon_0^2>\varepsilon_0^2=\varepsilon_1$ 矛盾! 若②，同理。故m不存在，即 $\lim_{n\to\infty}\|f(a_n)\|=\|f(x_0)\|$ 结合Heine定理，知$\|f\|$在x_0处连续
284	3.2/4 题：不要把绝对值丢了

<table>
<tr><td></td><td>

2.4 (2) 因为 $g(x)=O(1)$ $(x\to x_0)$

则令 $g(x)\le C$ $(x\to x_0)$

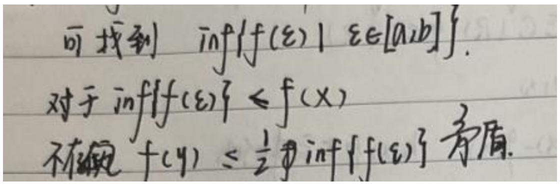
又 $h(x)=o(f(x))$ $(x\to x_0)$

则 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)}{f(x)}=0$.

对于 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)g(x)}{f(x)} \Rightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\frac{g(x)h(x)}{f(x)}\le C\lim\frac{h(x)}{f(x)}=0$

$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)g(x)}{f(x)}=0$ 得证.

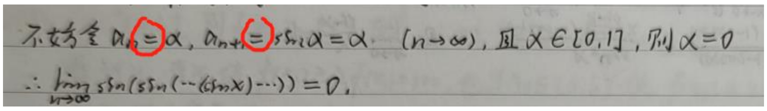
3.3/6 题：这个与什么东西矛盾？



可找到 $\inf\{f(\xi)\mid \xi\in[a,b]\}$.

对于 $\inf\{f(\xi)\}\le f(x)$

存在 $f(y)\le\frac{1}{2}\inf\{f(\xi)\}$ 矛盾.</td></tr>
<tr><td>288</td><td>3.1/6 题：记得书写规范，写 lim



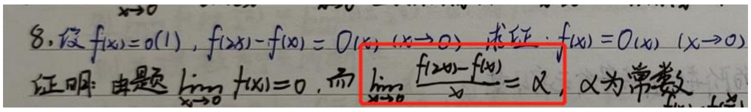
不妨令 $a_n=\alpha$, $a_{n+1}=\sin\alpha=\alpha$ $(n\to\infty)$, 且 $\alpha\in[0,1]$, 则 $\alpha=0$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))=0$.

3.2/2 题：记错了无穷小量的阶的定义了！

3.2/3(5)题：八分之一。

3.2/8 题：记错大 O 记号定义



8. 设 $f(x)=o(1)$, $f(2x)-f(x)=O(x)$ $(x\to 0)$, 求证：$f(x)=O(x)$ $(x\to 0)$

证明：由题 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$, 而 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(2x)-f(x)}{x}=\alpha$, α为常数

3.3/8(1),9(2)题：复习间断点定义。</td></tr>
</table>